IDRAULICA

ING. CIVILE-AMBIENTALE, EDILE (6 CREDITI)

PROF. VENUTELLI MAURIZIO

I FLUIDI

UN FLUIDO E' UN MATERIALE CHE PUO' SUBIRE GRANDI VARIAZIONI DI FORMA PER L'EFFETTO DI FORZE DI PICCOLA ENTITA'. E' QUINDI UN CORPO FACILMENTE DEFORMABILE.

- I FLUIDI SI DIVIDONO PRINCIPALMENTE IN DUE GRUPPI:

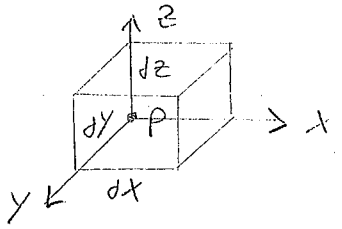
LIQUIDI:
SONO POCO COMPRIMIBILI (ADDIRITTURA L'ACQUA E' INCOMPRIMIBILE). HANNO UN'ALTA RESISTENZA

GAS:
SI LASCIANO COMPRIMERE FACILMENTE

- **IL MEZZO CONTINUO: DEFINIZIONE**

SE CONSIDERIAMO NELL'INTORNO DEL PUNTO UN VOLUME INFINITESIMO CONTENENTE UN NUMERO NON PICCOLO DI MOLECOLE ALLORA POSSIAMO PARLARE DI INTENSITA' NEL PUNTO P:

$$\rho_P = \frac{\partial m}{\partial V}$$



- **SFORZI NEI FLUIDI: NEI SISTEMI CONTINUI**

GLI SFORZI NEI FLUIDI POSSONO ESSERE DI DUE TIPI:

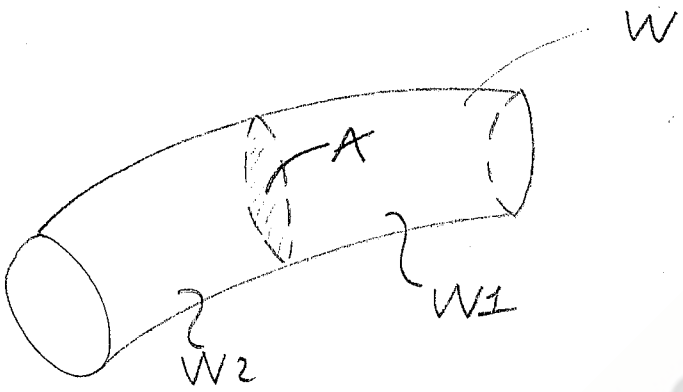
- SFORZI DI MASSA (ES. FORZA DI GRAVITA')
- SFORZI SUPERFICIALI → ANALIZZO GLI SFORZI SUPERFICIALI →

AGISCONO SULLE SUPERFICI DEL VOLUME INTORNO DI UN PUNTO P

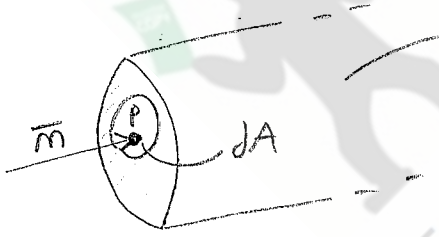
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SFORZI SUPERFICIALI:

CONSIDERO UN VOLUME W DI FLUIDO IN EQUILIBRIO SOTTO LE FORZE CHE VI AGISCONO:



DIVIDIAMO IL VOLUME W IN DUE PARTI W_1 e W_2. W_2 RIMANE IN EQUILIBRIO SE VENGONO TRASMESSE AD ESSO TUTTE LE FORZE CHE 1 ESERCITAVA SU 2 (E VICEVERSA!)
DEFINISCO POI A L'AREA DI SEPARAZIONE DOVUTA AL TAGLIO E UN PUNTO P E AD ESSA DI AREA dA



$\bar{m}$ = VERSORE NORMALE ALLA SUPERFICIE dA

ALLORA POSSO DEFINIRE:

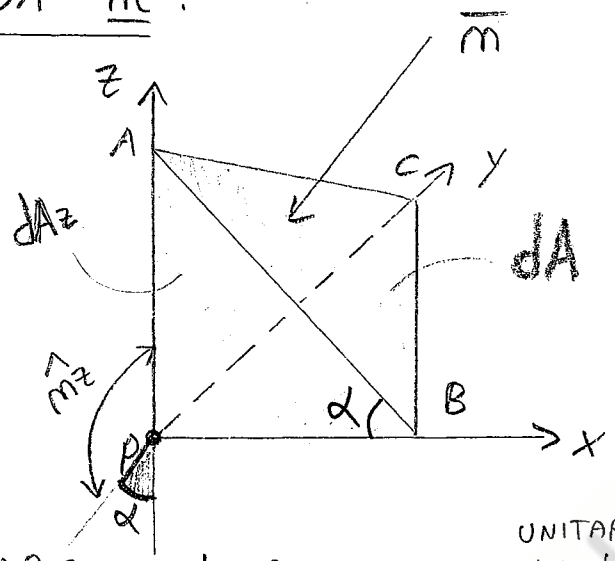
- SPINTA ELEMENTARE $(d\Pi)$ = RISULTANTE DEGLI SFORZI CHE ATTRAVERSANO dA
- SFORZO DI TAGLIO (O SFORZO UNITARIO NEL PUNTO P)

$$\phi = \lim_{dA \to 0} \frac{d\Pi}{dA}$$

→ SI PUÒ QUINDI DIRE CHE GLI SFORZI VARIANO AL VARIARE DELL'ORIENTAMENTO DELLA SUPERFICIE E QUINDI DI $\bar{m}$, VARIANO DA PUNTO A PUNTO.
ALLORA HO CHE:

$$d\Pi = \phi_m \cdot dA$$ — SPINTA ELEMENTARE

- VEDIAMO ORA COME VARIA LO SFORZO IN DIPENDENZA DA $\underline{n}$:



→ TETRAEDO DI CAUCHY

ABC: $\perp \underline{n}$, SFORZO (UNITARIO) ϕ_n, AREA dA

SPINTA ELEMENTARE $\boxed{d\pi = \phi_n \cdot dA}$

PBC: $\perp \underline{z}$, SFORZO (UNITARIO) ϕ_z, AREA dA_z

SPINTA ELEMENTARE $\boxed{d\pi = \phi_z \cdot dA_z}$

DEFINISCO POI α E HO CHE $\underline{dA_z = dA \cdot \cos\alpha}$

MA $\alpha = (180 - \hat{nz})$ PERCIÒ $dA_z = dA \cdot \underbrace{\cos(180 - \hat{nz})}_{= -\cos\hat{nz}}$

$$\rightarrow \boxed{d\pi_z = \phi_z \cdot dA_z = -\phi_z \cdot dA \cdot \cos\hat{nz}}$$

PAB: $\perp X \rightarrow \boxed{d\pi_x = -\phi_x \cdot dA \cdot \cos\hat{nx}}$

PAC: $\perp Y \rightarrow \boxed{d\pi_y = -\phi_y \cdot dA \cdot \cos\hat{ny}}$

↳ LE SPINTE ELEMENTARI DEVONO RISULTARE IN EQUILIBRIO SUL TETRAEDO

- FACENDO L'EQUILIBRIO SI DEVE AVERE CHE

$$\underbrace{\phi_n \cdot \cancel{dA}}_{d\pi} - \underbrace{\phi_x \cdot \cancel{dA} \cdot \cos\hat{nx}}_{d\pi_x} - \underbrace{\phi_y \cdot \cancel{dA} \cos\hat{ny}}_{d\pi_y} - \underbrace{\phi_z \cdot \cancel{dA} \cdot \cos\hat{nz}}_{d\pi_z} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\phi_n = \phi_x \cdot \cos\hat{nx} + \phi_y \cdot \cos\hat{ny} + \phi_z \cdot \cos\hat{nz}}$$

TEOREMA DEL TETRAEDO DI CAUCHY

A PAROLE: LO SFORZO CHE AGISCE SU DI UN ELEMENTO SUPERFICIALE (dA) DI NORMALE $\underline{M}$ È UNA FUNZIONE LINEARE E OMOGENEA DEGLI SFORZI CHE AGISCONO NELLO STESSO PUNTO MA SU 3 ELEMENTI SUPERFICIALI FRA LORO ORTOGONALI.

PROIETTANDO POI TALE RELAZIONE (ϕ_M) SU TUTTI E 3 GLI ASSI OTTENGO 3 FUNZIONI SCALARI:

$$\phi_{Mx} = \phi_{xx} \cdot \cos M\hat{x} + \phi_{yx} \cos M\hat{y} + \phi_{yz} \cdot \cos M\hat{z}$$

$$\phi_{My} = \phi_{xy} \cdot \cos M\hat{x} + \phi_{yy} \cos M\hat{y} + \phi_{zy} \cdot \cos M\hat{z}$$

$$\phi_{Mz} = \phi_{xz} \cdot \cos M\hat{x} + \phi_{yz} \cos M\hat{y} + \phi_{zz} \cdot \cos M\hat{z}$$

→ IL PRIMO PEDICE INDICA LA NORMALE RISPETTO AL QUALE È CALCOLATO LO SFORZO E IL SECONDO INDICA L'ASSE SUL QUALE LO SFORZO È STATO PROIETTATO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

POSSO QUINDI DEFINIRE IL TENSORE DEGLI SFORZI 'DOPPIO' PERCHÉ HA 9 COMPONENTI:

$$\begin{bmatrix} \phi_{xx} & \phi_{xy} & \phi_{xz} \\ \phi_{yx} & \phi_{yy} & \phi_{yz} \\ \phi_{zx} & \phi_{zy} & \phi_{zz} \end{bmatrix}$$

— TENSORE 'DOPPIO' DEGLI SFORZI (HA 3^2 COMPONENTI)

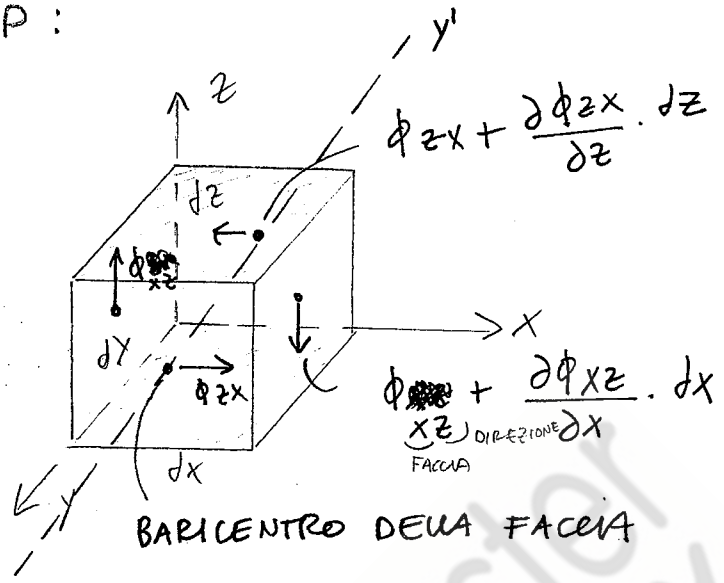
MA ALCUNE COMPONENTI SONO UGUALI:

$\phi_{xz} = \phi_{zx}$, $\phi_{xy} = \phi_{yx}$, $\phi_{zy} = \phi_{yz}$ E

ALLORA HO QUESTA DIMOSTRAZIONE

DIMOSTRAZIONE:

CONSIDERO UN VOLUME INFINITESIMO INTORNO DEL PUNTO P:



DEFINISCO y' COME ASSE BARICENTRICO E AVRO' QUINDI:

$$\phi_{xz}\,(dy \cdot dz) \cdot \frac{dx}{2} + \left(\phi_{xz} + \frac{\partial \phi_{xz}}{\partial x} \cdot dx\right)(dy\,dz) \cdot \frac{dx}{2} =$$

(DISTANZA DA ASSE x)

$$= \phi_{zx}\,(dy\,dx)\,\frac{dz}{2} + \left(\phi_{zx} + \frac{\partial \phi_{zx}}{\partial z}\,dz\right)(dy\,dx) \cdot \frac{dz}{2}$$

↓

EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE

SVOLGENDO I CALCOLI SI OTTIENE CHE:

$$\phi_{xz}\,(dy \cdot dz)\,dx = \phi_{zx}\,(dy\,dx)\,dz$$

$$\hookrightarrow \boxed{\phi_{xz} = \phi_{zx}}$$

C.V.D

DEFINISCO POI GLI SFORZI NORMALI:

$$\begin{cases} \phi_{xx} = \sigma_x \\ \phi_{yy} = \sigma_y \\ \phi_{zz} = \sigma_z \end{cases}$$

E SFORZI TANGENZIALI:

$$\begin{cases} \phi_{xz} = \phi_{zx} = \tau_y \\ \phi_{xy} = \phi_{yx} = \tau_z \\ \phi_{yz} = \phi_{zy} = \tau_x \end{cases}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745